**Livro: Probabilidade - Aplicações à Estatística – Paul L. Meyer**

**Capitulo 9 – Algumas Variáveis Aleatórias Contínuas Importantes.**

**Problemas**

1. Suponha que tenha distribuição . Empregando a tábua da distribuição normal, calcule as seguintes probabilidades:
2. O diâmetro de um cabo elétrico é normalmente distribuído com média e variância . Qual é a probabilidade de que o diâmetro ultrapasse ?
3. Suponha que o cabo, no Probl. 9.2, seja considerando defeituoso se o diâmetro diferir de sua média em mais de . Qual é a probabilidade de se encontrar um cabo defeituoso?
4. Sabe-se que os erros, em certo dispositivo para medir comprimentos, são normalmente distribuídos com valor esperado zero e desvio-padrão 1 unidade. Qual é a probabilidade de que o erro na medida seja maior do que 1 unidade? 2 unidade? 3 unidades?
5. Suponha-se que a duração da vida de dois dispositivos eletrônicos, e , tenham distribuições e , respectivamente. Se o dispositivo eletrônico tiver de ser usado por um período de 45 horas, qual dos dispositivos deve ser preferido? Se tiver de ser usado por um período de 48 horas, qual deles deve ser preferido?

O dispositivo é preferível nos dois casos.

1. Podemos estar interessados apenas na magnitude de , digamos . Se tiver distribuição , determine a fdp de , e calcule e .
2. Suponha que estejamos medindo a posição de um objeto no plano. Sejam e os erros de mensuração das coordenadas e , respectivamente. Suponha que e sejam independentes e identicamente distribuídos, cada um deles com a distribuição . Estabeleça a distribuição de . (A distribuição de é conhecida como *distribuição de Rayleigh*.) [*Sugestão*: Faça e . Obtenha a fdp conjunta de e, depois, obtenha a fdp marginal de .]
3. Estabeleça a fdp da variável aleatória , onde e são distribuídos tal como no Probl. 9.7. (A distribuição de é conhecido como *distribuição de Cauchy*.) Você pode calcular ?
4. Uma distribuição, estreitamente relacionada com a distribuição normal é a *distribuição lognormal*. Suponha que seja normalmente distribuído, com média e variância . Faça-se . Então, possui a distribuição lognormal. (Isto é, será lognormal se, e seomente se, for normal.) Estabeleça a fdp de . *Comentário*: As seguintes variáveis aleatórias podem ser representadas pela distribuição acima: o diâmetro de pequenas partículas após um processo de trituração, o tamanho de um organismo sujeito a alguns pequenos impulsos, a duração da vida de determinada peças.
5. Suponha que tenha distribuição . Determine (como uma função de e ), tal que .
6. Suponha que a temperatura (medida em graus centígrados) seja normalmente distribuída, com expectância e variância . Qual é a probabilidade de que a temperatura de que a temperatura esteja entre e centígrados?
7. O diâmetro exterior de um eixo, ,é especificado igual a . Considere como uma variável aleatória normalmente distribuída com média e variância . Se o diâmetro real diferir do valor especificado por mais de e menos de , o prejuízo do fabricante será . Se o diâmetro real diferir do diâmetro especificado por mais de , o prejuízo será de . O prejuízo pode ser considerado uma variável aleatória. Estabeleça a distribuição de probabilidade de e calcule .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |  |  |  |  |  |  | |  |  | |  |
|  |  | |  | | |  | | | |  | | |  | |

1. Compare o *limite superior* da probabilidade , obtido pela desigualdade de Tchebycheff, com a probabilidade exata, em cada um dos casos seguintes:
   1. tem distribuição .
   2. tem distribuição de Poisson, com parâmetro .
   3. tem distribuição exponencial, com parâmetro .
2. Suponha que seja uma variável aleatória para a qual e . Suponha que seja uniformemente distribuída sobre o intervalo . Determine e de modo que e .
3. Suponha que , a carga de ruptura de um cabo (em kgf), tenha distribuição . Cada rolo de 100 metros de cabo dá um lucro de , desde que . Se , o cabo poderá ser utilizado para uma finalidade diferente e um lucro de por rolo será obtido. Determinar o lucro esperado por rolo.
4. Sejam e variáveis aleatórias independentes, cada uma com distribuição . Faça-se . Está variável interessa ao estudo de sinais aleatórios. Seja . (Supõe-se que seja constante.)
   1. Qual é a distribuição de probabilidade de e , para qualquer fixado?
   2. Mostre que e são não-correlacionadas. [*Comentário:* Poder-se-á também mostrar que e são independentes, mas isto é um tanto mais difícil de fazer-se.]
5. Um combustível para foguetes deve conter uma certa percentagem de um componente especial. As especificações exigem que esteja entre 30 e 35 por cento. O fabricante obterá um lucro líquido sobre o combustível (por galão), que é dado pela seguinte função de :
   1. Calcular , quando tiver distribuição .
   2. Suponha que o fabricante deseje aumentar seu lucro esperado , em 50 por cento. Ele pretende fazê-lo pelo aumento de seu lucro (por galão), naquelas remessas de combustível que atendam às especificações, . Qual deverá ser seu novo lucro líquido?
6. Reconsidere o Ex. 9.8 Suponha que se pague ao operador dólares/hora, enquanto a máquina estiver operando e dólares/hora para o tempo restante em que tenha sido contratado, depois que a máquina tiver parado. Determine novamente para que valor de (o número de horas para as quais o operador é contratado), deve o lucro esperado ser máximo.
7. Mostre que . (Veja 9.15.) [*Sugestão:* Faça uma mudança de variável na integral .]
8. Verifique as expressões de e , onde tem a distribuição gama [Veja a Eq. (9.18)].
9. Demonstre o Teor. 9.3.
10. Demonstre o Teor. 9.4.
    1. Vamos considera

Que é a equação da elipse.



Que é a equação da circunferência.

1. Suponha que a variável aleatória tem uma distribuição de qui-quadrado, com 10 graus de liberdade. Se pedirmos para determinar dois números e , tais que , por exemplo, deveremos compreender que existem muitos pares dessa espécie.
   1. Determine dois diferentes conjuntos de valores que satisfaçam à condição acima.
   2. Suponha que, em aditamento ao acima, se exija que . Quantos pares de valores haverá agora?
2. Suponha que , a velocidade de um objeto que tenha massa de , seja uma variável aleatória com distribuição . Admita-se que represente a energia cinética do objeto. Calcular , .
3. Suponha que tenha distribuição . Empregando o Teor. 7.7, obtenha uma expressão aproximada para e , quando
4. Suponha que tenha uma distribuição normal truncada à direita, tal como é dada pela Eq. (9.22). Estabeleça uma expressão para , em termos de funções tabuladas.
5. Suponha que tenha distribuição exponencial truncada à esquerda, como está dada pela Eq. (9.24). Obtenha .
6. 1. Estabeleça a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória binomialmente distribuída (baseada em repetições de um experimento) truncada à direita de ; insto é, não poderá ser observado.
   2. Determine o valor esperado e a variância da variável aleatória descrita em (a).
7. Suponha que uma variável aleatória normalmente distribuída, com calor esperado e variância , seja truncada à esquerda de e à direita de . Estabeleça a fdp desta variável aleatória “duplamente truncada”.
8. Suponha que , o comprimento de uma barra, tenha distribuição . Em vez de se medir o valor de , somente são especificadas certas exigências que devem ser atendidas. Especificamente, cada barra fabricada será classificada como segue: e . Se 15 dessas barras forem fabricadas, qual é a probabilidade de que um igual número de barras caia em cada uma das categorias acima?
9. Sabe-se que a precipitação anual de chuva, em certa localidade, é uma variável aleatória normalmente distribuída, com média igual a 29,5 cm e desvio-padrão 2,5 cm. Quantos centímetros de chuva (anualmente) são ultrapassados em cerca de 5 por cento do tempo?
10. Suponha que tenho distribuição . Calcule .
11. Seja o número de partículas emitidas em horas por uma fonte radioativa e suponha-se que tenha uma distribuição de Poisson, com parâmetro . Faça-se igual a o número de horas entre emissões sucessivas. Mostre que tem uma distribuição exponencial com parâmetro . [*Sugestão:* Ache o evento equivalente (em termos de ) ao evento .]
12. Suponha que seja definido tal como no Probl. 9.33, com . Qual é a probabilidade de que o tempo entre duas emissões sucessivas seja maior do que 5 minutos? Maior de que 10 minutos? Menos de que 30 segundo?
13. Em algumas tábuas de distribuição normal, apresenta-se tabulada para valores positivos de [em vez de , como é dada no Apêndice]. Se a variável aleatória tiver distribuição , exprimir cada uma das seguintes probabilidades em termos dos valores tabulados da função :
    1. .
    2. .
14. Suponha que um dispositivo telemedidor de um satélite receba duas espécies de sinais, os quais podem ser registrados como números reais, e . Suponha que e sejam variáveis aleatórias contínuas independentes, com fdp, respectivamente, e . Suponha que, durante qualquer período de tempo especificado, somente um desses sinais possa ser recebido e, em consequência transmitido de volta à Terra, a saber aquele sinal que chegar primeiro. Admita, além disso, que o sinal que dá origem ao valor de chegue primeiro, com probabilidade , e,por isso,o sinal que dá origem a chegue primeiro com probabilidade . Faça denotar a variável aleatória cujo valor seja realmente recebido e transmitido.
    1. Exprimir a fdp e , em termos de e .
    2. Exprimir em termos de e .
    3. Exprimir em termos de e .
    4. Admita-se que tenha distribuição e que tenha distribuição . Calcular ,se .
    5. Admita-se que e tenham distribuições, respectivamente, e . Mostre que se , a distribuição de será “unimodal”, isto é, a fdp de terá um único máximo relativo.
15. Suponha que a número de acidentes em uma fábrica possa ser representado por um Processo de Poisson, com uma média de 2 acidentes por semana. Qual é a probabilidade de que: (a) o tempo decorrido de um acidente até o próximo seja maior do que três dias? (b) o tempo decorrido desde um acidente até o terceiro acidente seja maior do que uma semana? [*Sugestão:* Em (a), faça e calcula .]
16. Em média, um processo de produção cria uma peça defeituosa entre cada 300 fabricadas. Qual é a probabilidade de que terceira peça defeituosa apareça:
    1. Antes de 1000 peças terem sido fabricadas?
    2. Quando a 1000ª (milésima) peça for fabricada?
    3. Depois que a milésima peça for fabricada?

[*Sugestão:* Suponha um Processo de Poisson.]